



un reto MÁS

BOLETÍN SEMESTRAL
NÚMERO 7
julio 2000
SEP

PRESENTACIÓN

Durante más de tres años el propósito de este boletín ha sido abrir un espacio en el que maestros de preescolar, primaria y secundaria pudiésemos compartir:

- aprendizajes matemáticos con base en los aspectos conceptual y didáctico,
- experiencias en la aplicación de situaciones problemáticas en el aula bajo el enfoque actual para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas,
- dificultades que han surgido para sustentar las propuestas, así como las que tuvieron los alumnos al resolver las situaciones problemáticas planteadas en los materiales de apoyo,
- procedimientos de solución de diversos problemas,
- posibles dudas sobre contenidos matemáticos o sobre didáctica,
- la lectura de libros y de pequeños artículos cuyo propósito es apoyar la comprensión de aspectos fundamentales del enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas y los procesos de aprendizaje de los alumnos.

Convencidos de que la participación de los maestros y maestras en este boletín ha contribuido a elevar la calidad de nuestra actividad docente, los invitamos de manera permanente, en especial a los docentes de preescolar y primaria, a proporcionarnos sus experiencias, dudas o descubrimientos sobre las temáticas señaladas.

CONTENIDO

ASPECTOS DE LA DIDÁCTICA

La confrontación: momento didáctico importante en la clase de matemáticas

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Más usos didácticos de los fractales cuadrados

RESPUESTAS A PROBLEMAS

Diferentes procedimientos

PROBLEMAS PARA RESOLVER

El mercader, Los relojes, ¿Quién es quien?

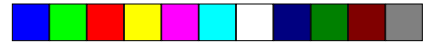
¿DE QUÉ TRATA?

Estrategias de enseñanza y aprendizaje.
Formación del profesorado y aplicación en el aula

CONGRESO NACIONAL DE LA SMM

Agenda de trabajo para maestros de educación básica en servicio y para estudiantes y docentes normalistas





Este boletín es una publicación de la Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal, de la Secretaría de Educación Pública.

COORDINACIÓN
Hugo Balbuena Corro

COLABORADORES
Martha Dávila Vega
Juan Carlos Xique Anaya
Ma. Delia Montes Heredia
Irma Griselda Pasos Orellana
María de los Ángeles Olivera Bustamante

COORDINACIÓN EDITORIAL
Martha Miranda Lara
Erika Lozano Pérez

PRODUCCIÓN EDITORIAL
Alejandro Portilla de Buen

DISEÑO ORIGINAL
Ma. Gabriela Barahona

FORMACIÓN
Julio César Olivares Ramírez

AVISOS

- ¡Atención maestros de nivel básico! A partir del 21 de agosto, de lunes a viernes, se continuará transmitiendo de 10:00 a 11:00 horas, por el canal 16 de Edusat, la red de televisoras estatales y el canal 22 de la televisión metropolitana, la serie Temas de Maestros, en la cual se exponen teleconferencias que abordan temas de interés para los docentes de educación básica (preescolar, primaria y secundaria). Todos los viernes se transmiten temas de la asignatura de Matemáticas. No se los pierdan.
- Los invitamos a participar en el XXXIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana que se llevará a cabo del 9 al 13 de octubre en la ciudad de Saltillo, Coahuila. En este congreso se abrió un espacio importante para trabajar con los maestros del nivel básico, docentes de las escuelas normales y estudiantes normalistas. Entre las actividades programadas podrán encontrar conferencias y talleres que abordan temas de interés para

ustedes. En el interior del boletín encontrarán la agenda de trabajo que corresponde a Matemáticas. Nivel Básico.

Informes e inscripciones al congreso.
Tels.: 56-22-44-81 56-22-44-82
Fax: 56-22-44-79 y 56-22-44-66
E-mail: www.smm.org.mx

- La Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, A. C. tiene programados varios eventos para septiembre, octubre, noviembre y diciembre de 2000. Infórmese.

Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas, A. C.
Manuel de Mimbela 1748, Jardines del Country,
Guadalajara, Jalisco, 44210, México
Tels. (lada 3) 8-23-55-56 y 8-23-85-44
Fax: 8-23-55-92
E-mail: anpm@iteso.mx

- ¡Maestro de secundaria! Para que tenga acceso a la lista de libros de texto autorizados por la SEP, se ha abierto un sitio en Internet que le permitirá seleccionar anticipadamente el libro que considere más adecuado para sus alumnos. La dirección electrónica es: http://sep_secundaria.edu.mx
- ¡Atención maestros de educación básica! La Coordinación General de Actualización para Maestros en Servicio ha puesto en marcha una opción para apoyar nuestra superación profesional. Abra la página Web de actualización en Internet <http://pronap.ilce.edu.mx>
- Atención maestros. Su participación para el boletín *Un reto más* pueden enviarla a las siguientes direcciones:

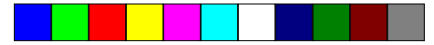
hbalbuen@sep.gob.mx
Profesor Hugo Balbuena Corro
Director del Área de Matemáticas

mdavila@sep.gob.mx
Profesora Martha Dávila Vega
Subdirectora del Área de Matemáticas. Primaria

jcxique@sep.gob.mx
Profesor Juan Carlos Xique Anaya
Subdirector del Área de Matemáticas.
Secundaria

OBRERO MUNDIAL 358, PLANTA BAJA,
PIEDAD NARVARTE, 03000
MÉXICO, D.F.





ASPECTOS de la didáctica

LA CONFRONTACIÓN: MOMENTO DIDÁCTICO IMPORTANTE EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

PROFESORA MARTHA DÁVILA VEGA

Actualmente, en todos los materiales de apoyo para la enseñanza de las matemáticas se habla sobre la importancia de la confrontación de procedimientos y resultados que se producen en la clase. Pero ¿qué es la confrontación?

Si bien confrontar significa contrastar, comparar, enfrentar; a la luz de la didáctica de las matemáticas y bajo el enfoque actual para su enseñanza, estudio y aprendizaje, la confrontación va más allá de la sola comparación de resultados y procedimientos.

La confrontación es un momento clave en el desarrollo de cada sesión de clase. Es el espacio dedicado para que los alumnos reflexionen sobre lo que hicieron al realizar alguna actividad o resolver algún problema, para que hagan consciente lo que saben, lo que no saben, las dificultades que encuentran; para que aclaren dudas, compartan puntos de vista y argumenten su validez o invalidez.

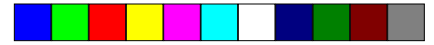
Es el espacio que el maestro puede aprovechar para lograr el propósito de la clase; el que le permite visualizar los propósitos futuros, y el que le da una idea del tipo de situaciones problemáticas que planteará en sesiones subsiguientes, para ayudar a sus alumnos a avanzar en la construcción de sus conocimientos.

Dada la importancia didáctica de la confrontación, ésta debe ser lo más ágil y breve posible para mantener la atención de los alumnos sin cansarlos. Por lo anterior es importante que antes de llevarla a cabo, el maestro tenga claro cuál de los siguientes propósitos persigue en cada sesión de clase.

Que los alumnos:

- Observen que un problema puede resolverse de diferentes maneras.
- Observen que algunos problemas pueden tener más de una respuesta correcta.
- Corrijan errores frecuentes.





- Analicen las ventajas de utilizar unos procedimientos en vez de otros, es decir, privilegiar el uso de cierto procedimiento que se aproxime más al formal.
- Aprendan los conocimientos formales.

Para tratar de concretar lo que hasta aquí he expuesto, imaginemos juntos la siguiente sesión de clase con un grupo de alumnos de tercer grado de primaria:

Aunque los alumnos aún no saben dividir con el algoritmo convencional, desde los primeros días del año escolar el maestro ha planteado al grupo, en diversas ocasiones, diferentes problemas de división con el propósito de que encuentren estrategias de solución propias. En esta clase el propósito es diferente: el maestro pretende que los alumnos utilicen un procedimiento que se aproxime más al algoritmo de la división. Es decir, pretende privilegiar a la multiplicación como una herramienta con la que se puede resolver, con mayor rapidez, cierto tipo de situaciones problemáticas. Para ello selecciona el siguiente problema:

Andrea quiere saber cuántas cajitas necesita para guardar 54 canicas. En cada cajita quiere poner 6 canicas. Ayúdale a averiguarlo.

El maestro organiza al grupo en ocho equipos de cuatro alumnos. Escribe el problema en el pizarrón; pide que no lo copien, que sólo lo lean y lo resuelvan en equipo.

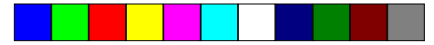
Los alumnos leen el problema y empiezan a buscar una manera de resolverlo. Trabajan en equipos, comentan sus ideas, las prueban, se equivocan, hacen varios intentos hasta encontrar un resultado, considerado por ellos, como la solución del problema.

Los procedimientos que surgieron entre los equipos fueron los siguientes: tres equipos sumaron $6 + 6 + \dots$ hasta obtener 54. Luego contaron cuántas veces habían sumado el 6. Uno de estos equipos verificó el resultado dibujando las 54 canicas y haciendo grupos de 6.

Dos equipos restaron 6 canicas a las 54 iniciales, al resultado le restaron otros 6 y así sucesivamente. La última diferencia que obtuvo uno de estos equipos fue cero y el otro 6. Al contar cuántas veces restaron el 6 para saber cuántas cajitas necesitaban, un equipo obtuvo 8 cajitas como resultado, y el otro 9.

Los otros equipos utilizaron la multiplicación, pero al interior de estos equipos surgieron tres maneras diferentes de encontrar el resultado. Algunos niños eligieron





un número y lo multiplicaron por 6, si el resultado era menor o mayor que 54, elegían otro número más grande o más chico hasta encontrar que $6 \times 9 = 54$. Otros niños empezaron escribiendo la tabla del 6 hasta llegar a $6 \times 9 = 54$, y otros más sólo consultaron su cuadro de multiplicaciones y escribieron como resultado 9 cajitas.

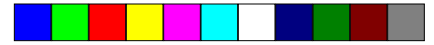
Mientras los alumnos trabajan, el maestro observa lo que hacen. En ocasiones se acerca a algunos equipos y les pide que le expliquen lo que hicieron y por qué lo hicieron de esa manera. Se queda más tiempo con los equipos que tuvieron algún error y les hace preguntas para que ellos mismos se den cuenta en dónde se equivocaron.

Por ejemplo, al equipo que restó y obtuvo un resultado equivocado le pide que demuestren que efectivamente se necesitan 8 cajitas. Los niños dibujan las 8 cajitas con 6 canicas cada una. Cuentan las canicas dibujadas y descubren que les falta una caja. El maestro, junto con estos alumno, revisan sus restas para averiguar en dónde estuvo el error, y finalmente se dan cuenta de que en la última resta les sobraron 6 canicas que no consideraron en el conteo.

Cuando terminan de resolver el problema, el maestro inicia la confrontación. Primero pasa al equipo que realizó sumas; después pasa uno de los equipos que restó, y por último pasa al equipo que sólo escribió como resultado 9 cajitas. A este último equipo lo cuestiona para que expliquen cómo utilizaron el cuadro de multiplicaciones para averiguar el resultado. Después de las explicaciones de los alumnos, dice "entonces, como vieron que seis por nueve es igual a 54 (escribe en el pizarrón $6 \times 9 = 54$), supieron que Andrea necesitaba 9 cajitas".

En seguida, el maestro señala que para resolver el problema unos equipos hicieron varias sumas, otros hicieron muchas restas, pero sólo algunos niños resolvieron el problema rápidamente con una sola multiplicación. Centra la atención de los alumnos en este último procedimiento al plantear las siguientes preguntas: En la multiplicación $6 \times 9 = 54$ ¿qué representan los números 6 y 9? y ¿el resultado de la multiplicación qué representa? ¿Habrá otros problemas que puedan resolverse con esta multiplicación? Pide a cada equipo que invente un problema que se resuelva con la multiplicación 6×9 .





Los alumnos proponen problemas como los siguientes:

Hay 6 bolsas con 9 manzanas cada una. ¿Cuántas manzanas hay en total?

Tengo 54 pesos y los reparto entre mis seis amigos? ¿Cuánto les toca?

Se juntaron 54 pesos. ¿Cuánto dio cada uno?

El maestro selecciona algunos problemas, los escribe en el pizarrón para que revisen y comprueben si se pueden resolver con la multiplicación 6×9 . Después pasa a dos niños para que los resuelvan, y pregunta por el significado de los números involucrados. Para concluir la clase, el maestro indica que los otros problemas que inventaron los trabajarán al día siguiente.

Si analizamos el desarrollo de esta clase, podemos observar que se divide en tres fases: El momento en el que el maestro plantea el problema, cuando los alumnos actúan sobre el problema para resolverlo y, por último, la confrontación.

Durante el lapso en el que actúan sobre el problema (momento de la acción, según G. Brousseau), los alumnos pusieron en juego algunos de los conocimientos matemáticos con los que contaban. Organizarse en equipos, les permitió comentar entre ellos sus pun-

tos de vista, sugerir algún procedimiento, explicarse entre ellos el porqué y el cómo resolver el problema y, en dado caso, corregir entre ellos algunos errores.

En esta misma fase de la clase, el maestro tuvo oportunidad de averiguar lo que pensaban para resolver el problema, cómo utilizaron las herramientas matemáticas que conocían (los números y las operaciones), los errores que cometían y, algo muy importante, considerar a cuáles equipos iba a pasar al frente para que explicaran sus procedimientos y lograr el propósito deseado.

En esta clase el maestro no pasó al pizarrón a los equipos que cometieron errores al resolver el problema, prefirió aclararlos de manera particular con quienes los cometieron. De esta manera, el maestro dedicó el espacio de la confrontación para que los alumnos explicaran sus procedimientos, y destacar a la multiplicación como una herramienta más económica, que permite resolver este tipo de problemas.

Es importante resaltar que durante el desarrollo de la confrontación la actividad intelectual de los alumnos es muy fuerte, sobre todo de los alumnos seleccionados para explicar sus procedimientos de solución, ya que se trata de que reflexionen sobre sus propias acciones para argumentar por qué tomaron ciertas decisiones. Justificar cada uno de los





pasos que siguieron al resolver el problema permite tomar conciencia de sus razonamientos, además de comparar sus resultados y, si es el caso, reconocer en qué punto del procedimiento cometieron algún error. La actividad colectiva les permite identificar los procedimientos que ofrecieron resultados exitosos y, sobre todo, les da la oportunidad de considerar la posibilidad de utilizar aquellos procedimientos que implican conocimientos que probablemente poseen, pero que quizás no utilizaron porque no les dan la suficiente confianza.

Durante la confrontación, el maestro plantea un nuevo reto: inventar un problema que se resuelva con la multiplicación $6 \times 9 = 54$. Para que los alumnos puedan contextualizar esta operación, deben darle un nuevo significado a cada uno de los números involucrados. De esta manera, es posible que entre los alumnos surjan diferentes tipos de problemas que pueden resolverse con dicha operación, y otro tipo de situaciones que pueden analizarse desde otros aspectos, en otras sesiones de trabajo. Por ejemplo, problemas incompletos porque no tienen pregunta o los datos suficientes.

Antes, durante y después de la confrontación, la actividad intelectual del maestro también es relevante, ya que antes de la clase, a

partir del conocimiento que tenga de sus alumnos, debe prever lo que pueden hacer para resolver la situación problemática que va a plantear y debe considerar su propósito. En el momento de la acción, el maestro debe observar con atención a sus alumnos, a fin de averiguar lo que piensan y hacen; seleccionar los procedimientos de solución que le permitan lograr su propósito; o bien, en función de las respuestas de los alumnos frente al problema, determinar la conveniencia de cambiar el propósito planteado al inicio de la clase. La socialización de los procedimientos por parte del maestro puede seguir varios caminos. Por ejemplo, en la clase mostrada, en vez de pedir a sus alumnos que inventaran un problema, pudo plantearles uno similar para ver si se podía resolver con alguna multiplicación, o plantearles otro problema con cantidades mayores para obligar a los alumnos que utilizaron sumas o restas, a usar la multiplicación.

Reflexionemos sobre la riqueza didáctica que nos ofrece la confrontación y consideremos todo lo que se pierde si el maestro decide plantear a los alumnos un problema, pedirles que lo resuelvan como puedan y después calificar a cada alumno de manera individual.





Situaciones de aprendizaje

MÁS USOS DIDÁCTICOS DE LOS FRACTALES CUADRADOS

PROFESOR FORTINO ESCAREÑO SOBERANES

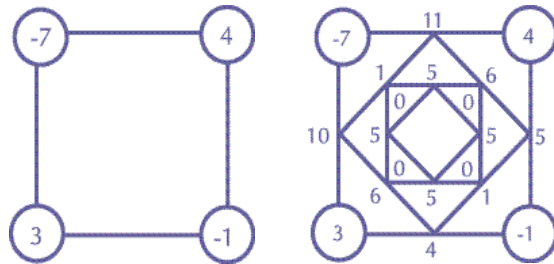
Centro de Maestros Rosario Gutiérrez Eskildsen, México, D.F.

Este documento pretende mostrar cómo, a partir de una situación de aprendizaje, pueden generarse otras situaciones que permiten construir conocimientos nuevos, tanto en los alumnos como en los maestros. Deseo compartir con los profesores los problemas que diseñé después de realizar con mis alumnos una actividad planteada en el *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*.

La situación didáctica a la que hago referencia se titula "Fractales cuadrados" en la que se trabaja el tema números con signo. A continuación resumo las actividades propuestas en esta ficha.

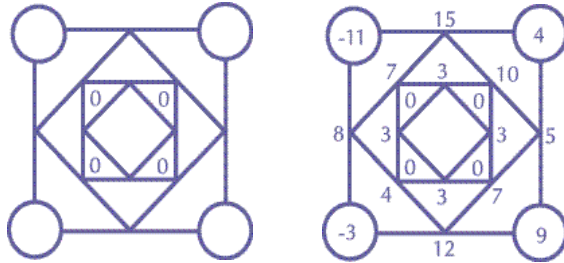
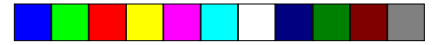
Actividad 1. Consiste en que los alumnos anoten cualquier número entero (positivo o negativo) dentro de los círculos colocados sobre los vértices de una figura. Escriban, sobre el punto medio de cada segmento, la diferencia de los números anotados en sus extre-

mos (el mayor menos el menor). Unan con líneas los puntos medios para formar un nuevo cuadrado. Escriban sobre los puntos medios de cada lado del nuevo cuadrado la diferencia entre los números que están en sus extremos (el mayor menos el menor). Continúen de la misma manera hasta que las diferencias lleguen a ser cero. Por ejemplo:



Posteriormente, se propone realizar la misma actividad pero en orden inverso, esto es, iniciar con las cuatro diferencias finales (ceros) y colocar los números convenientes hasta llegar a los círculos. Por ejemplo:





Finalmente se propone como *variante* de esta actividad, considerar un triángulo equilátero, anotar en sus vértices tres números enteros y utilizar el mismo procedimiento que con el cuadrado.

Los propósitos de estas actividades son:

- Enriquecer el significado de los números y sus operaciones mediante la solución de problemas diversos.
- Practicar los algoritmos de las operaciones, así como el cálculo y la estimación de resultados.

Algunas de las situaciones problemáticas que a continuación planteo se derivan de las actividades descritas, y consisten en explorar lo que sucede cuando se extiende la actividad del dominio numérico de los enteros al de las fracciones comunes y decimales.

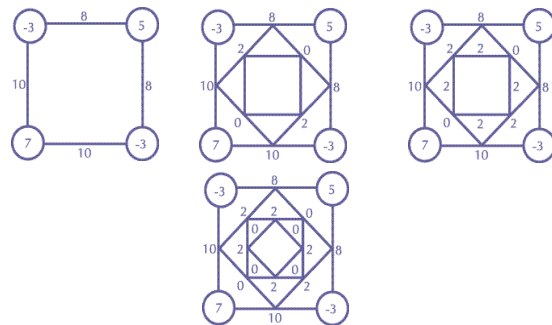
Otras de las actividades que diseñé, implican llegar a la generalización de patrones aritméticos mediante el análisis de procedimientos algebraicos sencillos.

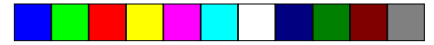
Sugiero que estas actividades las resuelva primero el maestro, valore el nivel de dificultad que implica cada una de ellas; enseguida, si considera que el nivel de dificultad es adecuado para sus alumnos, plantearlas y si las considera difíciles, baje el nivel de dificultad.

No incluyo las soluciones porque deseo compartir con mis compañeros maestros el gozo que experimenté al hallar una explicación a los hechos que iba encontrando. Espero sus comentarios mediante este boletín.

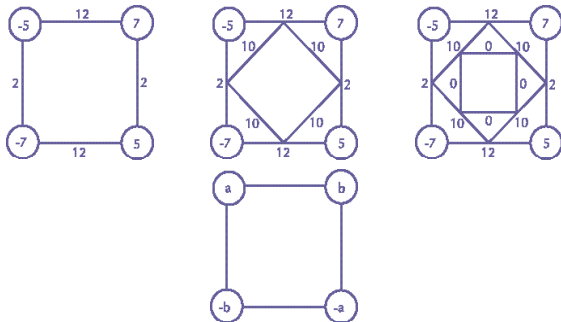
VARIANTES DE LA ACTIVIDAD "FRACTALES CUADRADOS"

1. Anote dos enteros iguales en dos de los vértices opuestos del cuadrado y aplique el procedimiento señalado en las actividades anteriores (sugerencia: representar con a , b y c los tres números enteros empleados). ¿En algún momento se obtienen ceros al calcular las diferencias?, ¿puede generalizarse este hecho mediante procedimientos algebraicos?

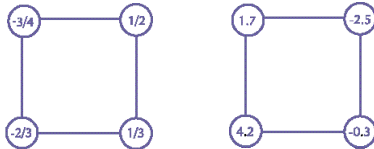




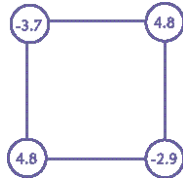
2. Anote enteros simétricos en los vértices opuestos del cuadrado (sugerencia: representar con a y b los dos números enteros empleados). ¿Qué sucede al buscar las diferencias?, ¿puede generalizarse este hecho mediante procedimientos algebraicos?



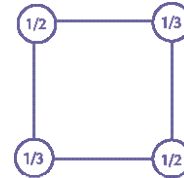
3. ¿Se obtienen ceros si en vez de números enteros se emplean fracciones con signo?, ¿y si se usan decimales con signo? ¿Por qué?



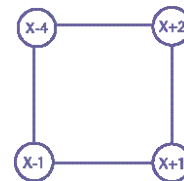
4. Si anota dos decimales iguales en dos vértices opuestos del cuadrado, ¿se obtendrán ceros en el cuarto paso al calcular las cuatro diferencias? ¿Por qué?



5. Si anota fracciones simétricas en los vértices opuestos del cuadrado, ¿obtendrá ceros en el tercer paso al calcular las diferencias correspondientes? ¿Por qué?



6. ¿Es posible realizar la actividad si utiliza expresiones algebraicas en vez de números enteros, fracciones comunes o decimales? En el siguiente ejemplo, las expresiones algebraicas $(x-4)$ y $(x-1)$ están en los extremos de uno de los lados del cuadrado. ¿Puede decirse que una de ellas es mayor que la otra? ¿Por qué? (Sugerencia: considere x como coordenada de un punto cualquiera de la recta numérica.) ¿En dónde se encuentra $(x-4)$?, ¿está a la izquierda o a la derecha de x ?, ¿en dónde se encuentra $(x-1)$?, ¿está a la izquierda o a la derecha de $(x-4)$?



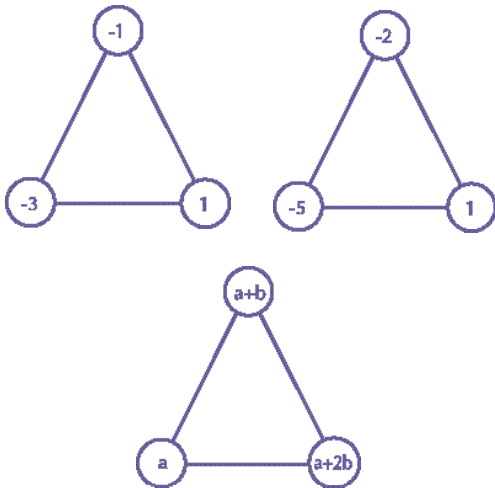
7. Si el segundo número de un fractal triangular es 2 unidades mayor que el primero, y el tercero es 2 unidades mayor que el segundo, ¿cuáles son las tres diferencias finales?





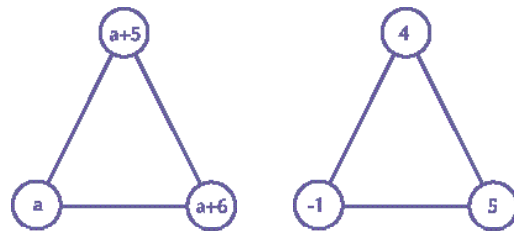
8. Si el segundo número de un fractal triangular es 3 unidades mayor que el primero, y el tercero es 3 unidades mayor que el segundo, ¿cuáles son las tres diferencias finales?

9. Si el primer número de un fractal triangular es x , el segundo $(x+b)$ y el tercero $(x+2b)$, ¿cuáles son las tres diferencias finales?



10. Los números iniciales de un fractal triangular son (a) , $(a+5)$ y $(a+6)$. Las tres diferencias finales, que se hallan en el sexto paso,

son: 1, 1 y 0. ¿Cuáles serán las diferencias finales del fractal triangular cuyos números iniciales son -1 , 4 y 5? ¿Por qué estas diferencias se hallan también en el sexto paso?



Considero que el tipo de trabajo que se propone en el *fichero* enriquece la clase en varios sentidos, porque:

- Promueve en los estudiantes actitudes de investigación y exploración.
- Les ayuda a usar las matemáticas para transmitir significados, explicar o ilustrar fenómenos y predecir resultados.
- Finalmente, creo que cuando la realización de múltiples variantes de una actividad se hace costumbre en la clase, los alumnos aprenden a formular nuevas y mejores preguntas cada vez.





DIFERENTES PROCEDIMIENTOS

Algunos de los procedimientos de solución a los problemas planteados en el boletín número 6 fueron seleccionados entre una gran cantidad de respuestas enviadas por profesores de educación secundaria. Esperamos que los maestros de preescolar y primaria también se animen a mandarnos sus procedimientos para enriquecer este apartado.

LA CABRA

Una cabra está atada con una cuerda a una

barra que forma parte de un corral circular, el cual está fijo al piso con cuatro postes. La cuerda mide 2.5 m de largo y el corral 24 m de perímetro. Debido a los postes, la cuerda sólo puede deslizarse por una cuarta parte del perímetro del corral.

Continuamente la cabra salta las trancas y se sale del corral.

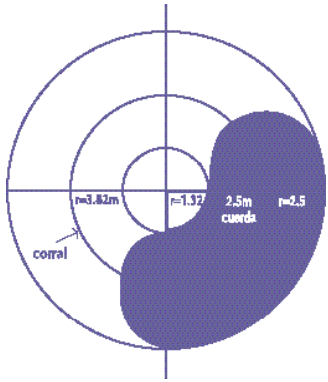
¿Cuál es la región por donde puede transitar la cabra? ¿Cuánto mide su superficie?

El profesor Antonio Sánchez Pulido, de Michoacán, resolvió el problema de la siguiente manera:

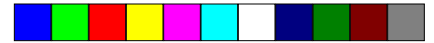
Perímetro del círculo = 24 m

Por lo tanto, el diámetro = $\frac{P}{\pi} = \frac{24}{3.1416} = 7.6394$ m

Radio = $\frac{D}{2} = \frac{7.6394}{2} = 3.82$ (redondeando)







Área del círculo interior: $A = r^2$ $A = 3.1416 (1.32)^2$ $A = 3.1416 (1.7424)$
 $A = 5.47 \text{ m}^2$ (redondeado)

Área del círculo mayor: $A = r^2$ $A = 3.1416 (6.32)^2$ $A = 3.1416 (39.9424)$
 $A = 125.48 \text{ m}^2$ (redondeado)

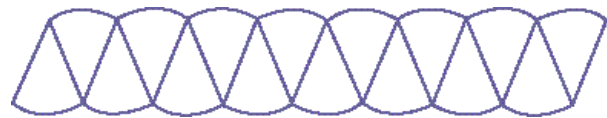
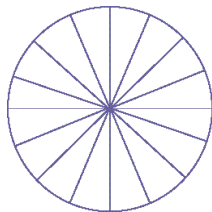
Área de los círculos laterales: $A = r^2$; $A = 3.1416 (2.5)^2$ $A = 3.1416 (6.25)$
 $A = 19.635 \text{ m}^2$

Área donde puede transitar la cabra = 49.64 m^2 , porque:

125.48	
- 1.37	^{1/4} círculo pequeño
124.11	
- 94.11	^{3/4} círculo mediano
30.00	
+ 19.64	semicírculos laterales
49.64 m ²	

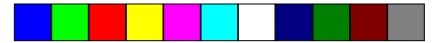
Para resolver el mismo problema, el profesor José María de la Torre Sánchez, de Durango, dice lo siguiente:

Para calcular el área de un círculo, debemos considerar al círculo dividido en un cierto número de sectores que se podrían dibujar así:

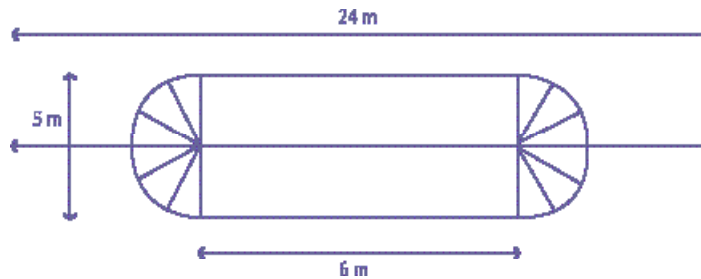


Cada vez que el círculo se divide en un número mayor de sectores, la figura se aproxima más a un rectángulo, cuya altura es el radio y su base el desarrollo de la semicircunferencia.





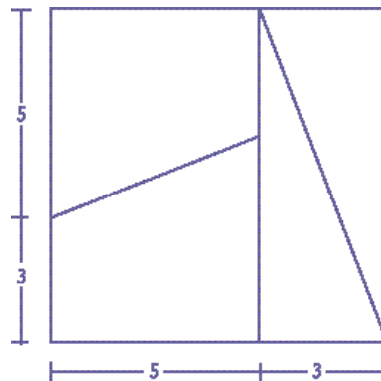
Considerando lo anterior, se estima que la cabra podría pastar en el área según la figura siguiente:



Debido a que puede pastar a ambos lados, formaría un rectángulo de 5 m, y al llegar a los postes podría pastar en un radio de 2.5 m, lo que configuraría dos semicírculos, por donde puede transitar la cabra, y el área sería igual a la del rectángulo más el área de las dos semicircunferencias.

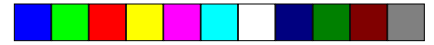
$$A_p = (6)(5) + (3.14)(2.5)^2 = 49.625m^2$$

ROMPECABEZAS MÁGICO



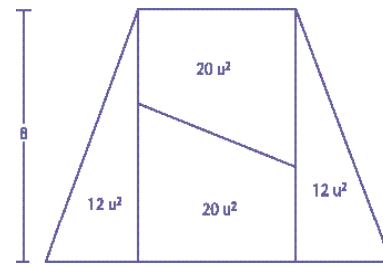
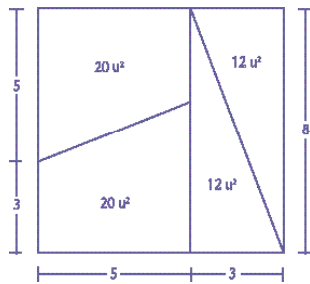
Al armar el cuadrado, el triángulo, el trapecio isósceles y el rectángulo, con todas las piezas del rompecabezas, el profesor Porfirio Tirado, de Culiacán, Sinaloa, encontró lo siguiente:





CUADRADO Y TRAPECIO

Al sumar el área de las piezas del rompecabezas, el cuadrado y el trapecio tienen una superficie de 64 u^2 ; si el cálculo del área se realiza a partir de las fórmulas convencionales también se obtienen 64 u^2 .

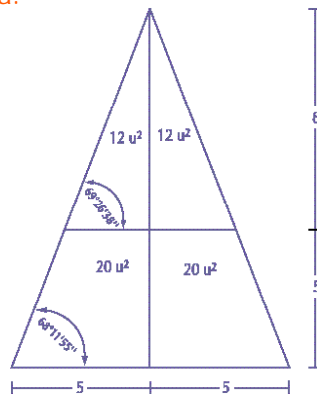


TRIÁNGULO Y RECTÁNGULO

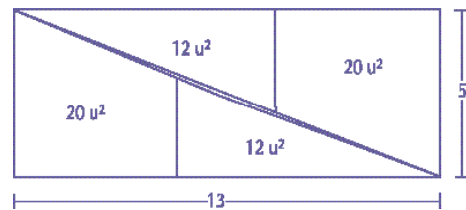
A partir de la fórmula para calcular el área del triángulo y del rectángulo se obtiene una superficie de 65 u^2 , pero al sumar el área de cada figura que los componen se tienen 64 u^2 de área.

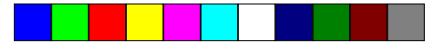
Las razones por las cuales las áreas no resultan iguales son:

El «triángulo» es en realidad un pentágono porque en sus lados isósceles hay una curva.

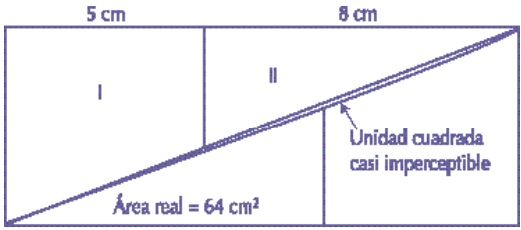
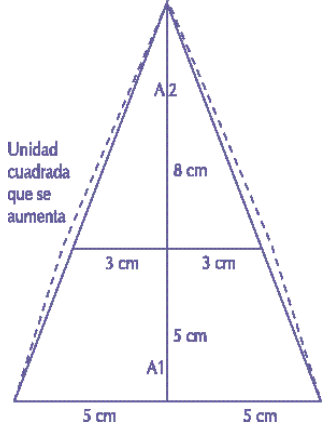


En el rectángulo se nota un pequeño espacio en el centro, porque la diagonal no puede formarse perfectamente.

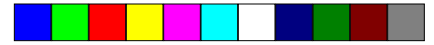




El profesor Luis Fernando Pinzón Herrera, de Campeche, descubrió lo mismo que el profesor Tirado, y dio los siguientes argumentos para justificar las diferencias que se obtienen al calcular las áreas del triángulo y del rectángulo con las fórmulas correspondientes, y al sumar las áreas de las piezas del rompecabezas.

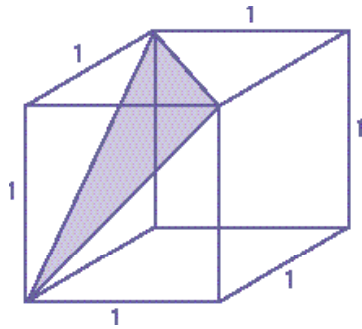
<p>Como se puede observar, las piezas I y II del rectángulo no forman un triángulo rectángulo perfecto, ya que: $\frac{3}{5} \neq \frac{8}{13}$ y para formar el triángulo rectángulo, el lado que mide 8 cm debe medir 7.8 cm.</p>	
<p>Sólo si la medida de los dos lados iguales del «triángulo» fuera de 7.8 cm tendríamos un triángulo isósceles con una base de 10 cm.</p>	





EL CUBO

A un cubo de madera se le hizo un solo corte recto que va de una de sus diagonales a un vértice, como se muestra en la siguiente figura.



¿Qué parte del cubo se cortó?

El profesor Félix García Goitia, de Durango, resolvió el problema de la siguiente manera:

Considera que cada arista del cubo original mide 1u. Luego dice: La diagonal a que se refiere con el corte recto es la de una de las caras. Al realizar el corte recto, éste se desplaza por las diagonales de dos caras contiguas del cubo. El pedazo cortado tiene forma de pirámide con tres caras triangulares iguales, cuyos catetos son las aristas del cubo original. La cuarta cara es un triángulo equilátero con lados iguales a las diagonales de las caras del cubo.

Si consideramos que la pirámide que se obtuvo tiene un ángulo triedro recto, cuyas aristas miden 1u, y tomamos como base cualquiera de los triángulos rectángulos isósceles, tenemos que: al aplicar la fórmula del volumen de una pirámide (área de la base por la altura, entre tres) obtenemos:

$$V = \left[\frac{(1)(1)}{2} (1) \right] \div 3 = \left[\frac{1}{2} \right] \div 3 = \frac{1}{6}$$

Por lo tanto, el volumen de la parte cortada corresponde a $\frac{1}{6}$ del volumen del cubo.

El profesor Humberto Salado Victorino, de Tecamac, Estado de México, justifica el mismo resultado de la siguiente manera:

Con cuatro partes iguales a la que se obtiene con el corte recto, se forma una pirámide de base cuadrada cuyas aristas miden $\sqrt{2}$. El área de la base es igual a $2u^2$. La altura de la pirámide mide 1u. Por lo tanto, el volumen de esta pirámide es:

$$V = \frac{2 \times 1}{3} = \frac{2}{3}$$

La parte que se obtuvo al realizar el corte es entonces $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ del cubo.





Problemas para resolver

La profesora Jahidé Pérez Castillo comenta que en el Centro de Maestros 2901, de Apetatitlán, Tlaxcala, tienen dudas sobre la solución de la siguiente curiosidad matemática, planteada en la página 91 del curso *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Segunda parte.*

EL MERCADER

Un mercader de aceite que con grandes sacrificios abrió su tienda, pudo después de 8 años incrementar en $\frac{5}{9}$ la cantidad de vasijas, encontrándose entonces con 42 barriles. ¿Con cuánto comenzó su tienda?

LOS RELOJES

Un matrimonio pone sus relojes a las 8:00 horas. Uno de los relojes se adelanta 2 minu-

tos por hora y el otro 1 minuto. ¿A qué hora el reloj que se adelanta marcará una hora más que el otro reloj?

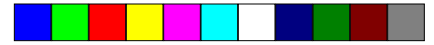
¿QUIÉN ES QUIÉN?

Entre los cuatro amigos: Pedro, Juan, Pablo y José, uno es maestro, otro médico y otro policía.

El médico y el policía viven en el mismo edificio. Pablo vive en una casita. El médico es güero, Juan y José son morenos. Pedro y el maestro juegan muchas veces al futbol con Pablo. El policía es novio de la hermana de Juan.

Encontrar los nombres del médico, el maestro, el policía y el del otro amigo.





¿De qué trata?

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

FORMACIÓN DEL PROFESORADO Y APLICACIÓN EN EL AULA¹

PROFESOR HUGO BALBUENA CORRO

A mi entender, este libro es una obra de consulta en la que se puede obtener información acerca de diversos aspectos relacionados con el estudio, la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación. Nótese que en este caso no digo de las matemáticas porque, ciertamente, la obra no centra la atención en una disciplina particular sino en las estrategias, vistas desde las acciones que realiza el maestro y los alumnos para lograr aprendizajes significativos y funcionales.

La obra se divide en cinco apartados, en los cuales se toca el tema de las estrategias desde distintos ángulos: el significado de los términos, el profesor, los alumnos, la evaluación y los niveles escolares.

En el primer apartado se aclara el significado de diversos términos que se usan en el

terreno educativo, y por supuesto los encontramos con frecuencia en los materiales de apoyo para la enseñanza, el estudio y el aprendizaje de las matemáticas. Tal es el caso de palabras como capacidad, habilidad, procedimiento, estrategia, método, entre otras. Lo importante de leer este libro no radica simplemente en hallar definiciones sino en obtener elementos que nos permitan entender mejor lo que leemos.

Según estos autores, la capacidad es el conjunto de disposiciones de tipo genético que, al desarrollarse mediante el contacto con el entorno sociocultural, producen habilidades individuales. La diferencia entre una habilidad y una estrategia es que la primera puede usarse, consciente o inconscientemente, de manera automática, mientras que la segunda se utiliza siempre de forma consciente. En el caso de matemáticas, es interesante la distinción que se hace entre los procedimientos algorítmico y heurístico. En el primer caso se

¹ Carles Monereo (coordinador), M. Castelló, M. Clariana, M. Palma y M. L. Pérez, *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*, México, SEP/Cooperación Española, Biblioteca del Normalista, 1998.





trata de una serie de pasos completamente determinados cuya ejecución asegura un resultado correcto. En el segundo caso no están presentes estas dos condiciones.

Se trata, sin duda alguna, de un libro que se presta para la polémica, porque a la vez que pude identificar en él una serie de principios del constructivismo, hay cuestiones que no concuerdan con mi forma de concebir el proceso didáctico. Por ejemplo, los autores dicen que las estrategias sofisticadas como la resolución de problemas, difícilmente pueden llegar a descubrirse mediante la propia reflexión, por lo tanto, es necesario que se enseñen de forma deliberada e intencional. No obstante, hay estudios y experiencias que indican lo contrario.

Otro aspecto, que no comparto con los autores, consiste en señalar que

la formación en estrategias de aprendizaje es un lujo cuando existen grandes lagunas en la formación de los profesores que es más urgente trabajar, como, por ejemplo, mejorar el conocimiento de la materia que enseñan.²

Nosotros hemos planteado en diversos foros, y así está considerado en los nuevos pla-

nes de estudio para la formación de maestros, que ambos aspectos, conocimiento de la disciplina y su didáctica, deben ir de la mano, justamente por la razón que aparece en este mismo libro, a propósito de la influencia de la forma de enseñar sobre la manera de aprender del estudiante

Alcanza el máximo grado de incoherencia cuando es un formador de formadores quien explica cómo debe enseñarse y no enseña tal como dice que debe hacerse.³

Al analizar los factores que intervienen en la enseñanza-aprendizaje de estrategias en el aula, me llama la atención el ejemplo de la resolución de un problema de matemáticas (p. 77). El problema es interesante, aunque creo que hace falta decir a qué altura está el enchufe (supongo que no está en el piso) y a qué altura se colocará la lámpara. Además de esto, me parece que varias preguntas o sugerencias del profesor no reflejan la intención de que los alumnos se hagan cargo del problema. Por ejemplo:

“Fijaos en que debemos calcular cuántos metros de cable les sobran [...] Primero debes leer con atención el problema y pensar qué operaciones debes hacer[...].⁴

² Carles Monereo, *op. cit.*, p. 69

³ *Ibid.*, p. 64

⁴ *Ibid.*, p. 77





En otro de los apartados del texto podremos encontrar un estudio acerca de las habilidades cognitivas que se ponen en juego al resolver tareas escolares, tales como, observar, comparar, clasificar, etcétera. Y una clasificación, muy en boga actualmente en algunos países, de los contenidos de aprendizaje: conceptuales, procedimentales y actitudinales, que también corresponden a los tipos de conocimientos adquiridos por los alumnos.

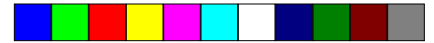
Consecuente con el aprendizaje y la enseñanza de estrategias, hay un apartado especial dedicado a la evaluación. Creo que vale

la pena revisar en esta parte los principios generales de la evaluación y las características de los instrumentos que se sugieren para recabar información.

El último apartado del libro se refiere al tema de las estrategias en los diferentes niveles educativos, la educación infantil, primaria y secundaria. Aquí hay ejemplos interesantes de unidades didácticas, aunque no son de matemáticas.

Este libro forma parte de la Biblioteca del Normalista, y me parece una fuente de información interesante para los estudiantes y los profesores.





XXXIII CONGRESO NACIONAL DE LA SOCIEDAD MATEMÁTICA MEXICANA
AGENDA DE TRABAJO PARA MAESTROS DE EDUCACIÓN BÁSICA EN SERVICIO



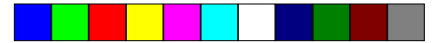
Sede: Saltillo, Coahuila

Y PARA ESTUDIANTES Y DOCENTES NORMALISTAS

8 al 14 de octubre de 2000

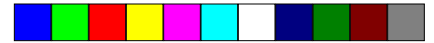
ACTIVIDADES PREESCOLAR Y PRIMARIA	ACTIVIDADES SECUNDARIA
Octubre	Octubre
Domingo 8	Domingo 8
Registro e inscripciones a talleres	Registro e inscripciones a talleres
Lunes 9 Inauguración	Lunes 9 Inauguración
<p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> Los juegos matemáticos en la educación preescolar. Coordinadora María Eugenia Olivera Córdova Figuras y cuerpos geométricos. Análisis de la propuesta actual para el estudio de sus propiedades. (Primera parte) Coordinadora Ma. de los Angeles Olivera B. Análisis de algunos resultados de los exámenes del Pronap. Matemáticas. Primaria Coordinadora Alejandra Rodríguez Ocariz Pronap en línea. Otra opción para actualizarse en la enseñanza de las matemáticas. Coordinadores Beatriz V. Osorio y Lilián Kravzov Secuencia didáctica para arribar a las fórmulas de área y perímetro de las figuras. (Primera parte) Coordinadora Mónica Schulmaister Lagos La medición efectiva en el aprendizaje de las matemáticas. (Primera parte) Coordinadora Irma G. Pasos Orellana El juego y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria. Coordinadora Laura G. Reséndiz Zamudio 	<p>Conferencia Secundaria a Distancia para Adultos: un modelo de enseñanza de las matemáticas. Ponente: Mónica Schulmaister Lagos</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> Una técnica para enseñar a resolver problemas verbales con ecuaciones. Coordinador Fortino Escareño Soberanes Construcciones geométricas sujetas a condiciones dadas en CABRI. Coordinador Hugo Espinosa Pérez Taller de enseñanza de las matemáticas en secundaria. Coords. Oscar A. Palmas Velasco y Julieta Verdugo Desarrollo de conceptos matemáticos con un enfoque constructivista. Coordinadora Guillermina Waldegg Los materiales didácticos en la secundaria a distancia para adultos. Coordinador Laurentino Velázquez Durán
Martes 10	Martes 10
<p>Conferencia La escuela primaria: un espacio de formación de los futuros maestros. Ponente: Eva Moreno Sánchez</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> La resolución de problemas de suma y resta en la educación preescolar. Coordinadora María Eugenia Olivera Córdova Secuencia didáctica para arribar a las fórmulas de área y perímetro de las figuras. (Segunda parte) Coordinadora Mónica Schulmaister Lagos Diferentes procedimientos para dividir. Coordinadora Patricia Martínez Falcón Figuras y cuerpos geométricos. Análisis de la propuesta actual para el estudio de sus propiedades. (Segunda parte) Coordinadora Ma. de los Angeles Olivera B. 	<p>Conferencia Distintos usos de la variable en el álgebra elemental. Ponente: Sonia Ursini Legovich</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> Construcciones geométricas con regla y compás, sujetas a condiciones dadas en CABRI. (Segunda parte) Coordinador Hugo Espinosa Pérez Problemas verbales y desigualdades lineales. Coordinador Fortino Escareño Soberanes Secuencias en el desarrollo de habilidades matemáticas. Coordinador Alfonso Arriaga Coronilla La probabilidad ¡presente en nuestra vida! Coordinadora Delia Montes Heredia El uso de algunos materiales didácticos. Coordinador Manuel Claudio Reyes Galindo





ACTIVIDADES PREESCOLAR Y PRIMARIA	ACTIVIDADES SECUNDARIA
Octubre	Octubre
<p style="text-align: center;">Martes 10</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Actividades para desarrollar la imaginación espacial. Coordinadora Silvia García Peña • La medición efectiva en el aprendizaje de las matemáticas. (Segunda parte) Coordinadora Irma G. Pasos Orellana 	<p style="text-align: center;">Martes 10</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Secuencias en el desarrollo de habilidades matemáticas. (Repetición) Coordinador Alfonso Arriaga Coronilla • La probabilidad ¿presente en nuestra vida. (Repetición) Coordinadora Delia Montes Heredia • Matemáticas y vida diaria. Coordinadora Ma. Esther Amador Gómez • Distintos usos de la variable en álgebra elemental. Coordinadora Sonia Ursini y José A. Juárez • La probabilidad como juego de vida. Coordinador Jesús Ernesto Rodríguez H.
<p style="text-align: center;">Miércoles 11</p> <p>Conferencia</p> <p>La importancia de las decisiones del maestro en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Ponente: Alicia Ávila Storer</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Preescolar: La construcción del concepto de número, bajo el enfoque actual para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Coordinador Zorobabel Martiradoni • Los saltos de las ranas. Problemas multiplicativos. Coordinadora Patricia Martínez Falcón • Tratamiento de la información en la escuela primaria. Coordinador Ernesto Rodríguez Heras • Propuestas para la enseñanza de las matemáticas dirigidas a maestros de educación básica. Coordinador Javier Mata Quilantán 	<p style="text-align: center;">Miércoles 11</p> <p>Conferencia</p> <p>Matemáticas y realidad. ¿Qué ventajas ofrece conectar estos dos mundos? Ponente: Simón Mochón Cohen</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelación matemática: aprendiendo matemática por medio de sus aplicaciones reales. Coordinador Simón Mochón Cohen • Reflexiones sobre los algoritmos. (Primera parte) Coordinador Eduardo Mancera Martínez • El mundo de los poliedros. Coordinadora Silvia García Peña • Procesos recursivos e iterativos en la resolución de ecuaciones de nivel de secundaria utilizando la calculadora. Coordinador Vicente Carrión Miranda • Álgebra con excel. Coordinadores Francisco Cepeda Flores, I. Delia García C. y Bertha López Ramírez
<p style="text-align: center;">Jueves 12</p> <p>Conferencia</p> <p>Las fracciones y la división en la escuela primaria. Análisis didáctico de un vínculo. Ponentes: David Block S. y Diana Solares P.</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Preescolar. El estudio de la geometría en preescolar. Coordinador Zorobabel Martiradoni • La enseñanza de los números decimales en la escuela primaria (Primera parte) Coordinadora Diana Solares Pineda • El manejo de las variables didácticas en el planteamiento de problemas aritméticos. Coordinador José Antonio Moscoso Canaval 	<p style="text-align: center;">Jueves 12</p> <p>Conferencia</p> <p>Desarrollo de habilidades matemáticas en el nivel básico Ponente: Hugo Balbuena Corro</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reflexiones sobre los algoritmos. (Segunda parte) Coordinador Eduardo Mancera Martínez • El mundo de los poliedros. (Repetición) Coordinadora Silvia García Peña • La evaluación en matemáticas en el nivel básico Coordinador Hugo Balbuena Corro • Recursos didácticos para propiciar el desarrollo de la flexibilidad del pensamiento en la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Coordinador Santiago Rubio Ramirez





ACTIVIDADES PREESCOLAR Y PRIMARIA	ACTIVIDADES SECUNDARIA
<p style="text-align: center;">Octubre</p> <p style="text-align: center;">Jueves 12</p> <ul style="list-style-type: none"> • La enseñanza de la proporcionalidad en la escuela primaria. Coordinadores David Block Sevilla y Margarita Ramírez Badillo • Actividades para desarrollar la imaginación espacial. (Repetición) Coordinadora Silvia García Peña • El uso de los libros de texto de matemáticas para la educación primaria. Coordinador Hugo Balbuena Corro 	<p style="text-align: center;">Octubre</p> <p style="text-align: center;">Jueves 12</p> <ul style="list-style-type: none"> • El uso de algunos materiales didácticos. (Repetición) Coordinador Manuel Claudio Reyes Galindo • Álgebra con excel. (Repetición) Coordinadores Francisco Cepeda Flores, I. Delia García C. y Bertha López Ramírez • Diferencias finitas. Coordinadora Alicia Avalos Caudillo • Gráficas de funciones y nubes de puntos. Un enfoque para la modelación algebraica en la educación secundaria. Coordinador Tenoch Cedillo • La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria. (Primera parte) Coordinadora Marcela Santillán Nieto • Estudiar matemáticas frente a la discapacidad visual en la educación básica. Coordinadora María Santa Pérez Herrera
<p style="text-align: center;">Viernes 13</p> <p>Conferencia La coherencia interna entre los libros de texto gratuito. Ponente: Hugo Balbuena Corro</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo del sentido numérico: un enfoque didáctico usando calculadoras. Coordinador Tenoch Cedillo • La enseñanza de los números decimales en la escuela primaria. (Segunda parte) Coordinadora Diana V. Solares Pineda • Juguemos con el azar y aprendamos matemáticas. (Primera parte) Coordinador Hugo Espinosa Pérez • Pronap en línea. Otra opción para actualizarse en la enseñanza de las matemáticas. (Repetición) Coordinadoras Beatriz V. Osorio y Lilián Kravzov • Juguemos con el azar y aprendamos matemáticas. (Segunda parte) Coordinador Hugo Espinosa Pérez • El manejo de las variables didácticas en el planteamiento de problemas aritméticos. (Repetición) Coordinador J. Antonio Moscoso Canaval • ¿Qué hacer con los niños con necesidades educativas especiales en la escuela primaria? Coordinadora María Santa Pérez Herrera. 	<p style="text-align: center;">Viernes 13</p> <p>Conferencia Impacto de las tecnologías en la información y la comunicación en la cultura escolar: La enseñanza de las matemáticas con tecnología en la educación secundaria. Ponente: María Teresa Rojano C.</p> <p>Talleres</p> <ul style="list-style-type: none"> • La evaluación en matemáticas en el nivel básico. (Repetición) Coordinador Hugo Balbuena Corro • Presentación y tratamiento de la información: Temas importantes en los programas actuales de secundaria. Coordinador Ernesto Sánchez Sánchez • El papel de la calculadora graficadora en el surgimiento de estrategias matemáticas en alumnos de secundaria. Coordinador José Guzmán Hernández • Estudiando álgebra con algeblocks Coordinador Moisés Ledezma • El papel de la calculadora graficadora en las conexiones de las representaciones tabulares, gráficas y analíticas. Coordinador Alfonso Martínez Vera • Gráficas de funciones y nubes de puntos. Un enfoque para la modelación algebraica en la educación secundaria. (Repetición) Coordinador Tenoch Cedillo A. • La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria. (Segunda parte) Coordinadora Marcela Santillán N. • Geometría dinámica con Geometra. Coordinador Vicente Carrión Velázquez • La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. Análisis de algunos resultados del Pronap. Coordinador Renato Rosas Domínguez • Pronap en línea. Otra opción para actualizarse en la enseñanza de las matemáticas. (Repetición) Coordinadoras Beatriz Osorio y Lilián Kravzov
<ul style="list-style-type: none"> • Informes para inscripción al congreso: Tel.: 56-22-44-81 / 56-22-44-82 Fax: 56-22-44-79 / 56-22-44-66 http://www.smm.org.mx • Preinscripción a los talleres: Fax: 52-30-77-62 • E-mail: Nivel secundaria Profesor Juan Carlos Xique Anaya jcxique@sep.gob.mx Nivel primaria Profesora Martha Dávila Vega mdavila@sep.gob.mx 	

